Jurnal
MATEMATICS PAEDAGOGIC

Vol III. No. 1, September 2018, hlm. 57 – 64
Available online at www.jurnal.una.ac.id/indeks/jmp

PENGEMBANGAN TEOREMA MENELAUS PADA SEGILIMA

Selva Amelia Sandi[1], Mashadi[2], Sri Gemawati[2]
[1]Pendidikan Matematika PPs Universitas Riau
[2]Universitas Riau
e-mail: selva.ime@gmail.com

Abstract

Menelaus's theorem is basically for triangles. Some authors have developed in quadrilateral. In this paper the authors develop Menelaus's theorem for the pentagon. The proofing process is done in a very simple way that is using Menelaus's theorem on the triangle by partitioning the pentagon into several triangles, wide comparison of the triangle, and similarity. The results obtained are the five points on the sides or the extension of the sides in line (colinear).

Keywords: pentagon, Menelaus's theorem, Menelaus transversal.

Abstrak

Teorema Menelaus pada dasarnya adalah untuk segitiga. Beberapa penulis sudah mengembangkan dalam segiempat. Dalam tulisan ini penulis mengembangkan teorema Menelaus untuk segilima. Proses pembuktiannya dilakukan dengan cara yang sangat sederhana yaitu menggunakan teorema Menelaus pada segitiga dengan mempartisi segilima tersebut menjadi beberapa segitiga, perbandingan luas pada segitiga, dan kesebangunan. Hasil yang diperoleh adalah kelima titik yang berada pada sisi-sisi atau perpanjangan sisi-sisinya segaris (colinear).

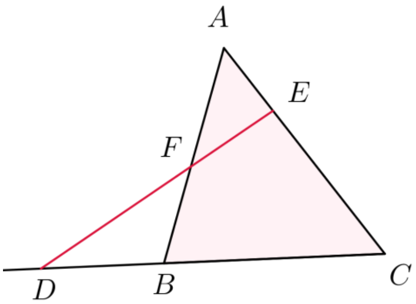
Kata kunci: segilima, teorema Menelaus, transversal Menelaus.

Teorema Menelaus merupakan teorema yang berkaitan dengan titik, garis, dan segitiga pada bidang datar. Pada dasarnya, teorema Menelaus adalah untuk segitiga. Teorema Menelaus telah dibahas dalam berbagai buku dan artikel. Beberapa penulis antara lain (Hoo dan Meng, 1996; Yiu, 2001; Benitez, 2007; Mashadi, 2015) menyatakan bahwa teorema Menelaus pada segitiga digunakan untuk menun-jukkan kolinearitas dari dua titik yang berada pada penggal garis (sisi-sisi segitiga) dan satu titik lagi berada pada perpanjangan sisi segitiga, jika kolinearitas dari tiga buah titik yang semuanya berada pada perpanjangan penggal garis (sisi-sisi segitiga) maka teorema ini dikenal dengan transversal Mene-laus. Pada Gambar 1 dalam (Mashadi, 2015) teorema Menelaus dijelaskan bahwa jika titik *D, E,* dan *F* masing-masing terletak pada sisi *BC, CA,* dan *AB* ΔABC, maka titik *D, E,* dan *F* adalah segaris jika dan hanya jika

$$\frac{AF}{FB}\frac{BD}{DC}\frac{CE}{EA} = -1.$$

Jurnal
MATEMATICS PAEDAGOGIC

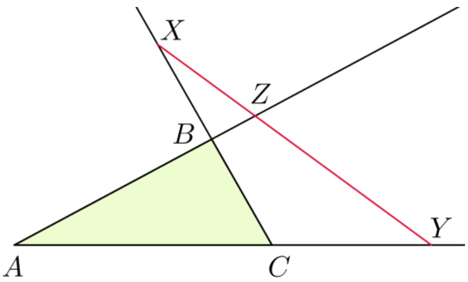
Vol III. No. 1, September 2018, hlm. 57 – 64
Available online at www.jurnal.una.ac.id/indeks/jmp



Gambar 1. Titik *D*, *F*, dan *E* segaris

Sedangkan pada Gambar 2 teorema transversal Menelaus dijelaskan bahwa jika titik *X*, *Y*, dan *Z* masing-masing terletak pada perpanjangan sisi *CB*, *AC*, dan *AB* ΔABC, maka titik *X*, *Y*, dan *Z* adalah segaris jika dan hanya jika

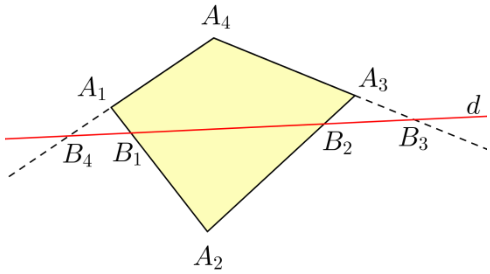
$$\frac{AZ}{ZB}\frac{BX}{XC}\frac{CY}{YA} = -1.$$



Gambar 2. Titik *X*, *Y*, dan Z segaris

Teorema Menelaus sudah dikembangkan oleh beberapa peneliti pada segiempat. (Nurahmi, 2015) dan (Mashadi, 2016) menyatakan bahwa teorema Menelaus pada segiempat menunjukkan kelinearan keempat buah titik yang berada pada sisi-sisi atau perpanjangan sisi-sisinya segaris. Pada Gambar 3 teorema Menelaus pada segiempat dijelaskan bahwa misalkan $A_1A_2A_3A_4$ adalah segiempat konveks dan andaikan sebuah garis misalnya garis *d* memotong sisi A_1A_2, A_2A_3 dan perpanjangan sisi A_3A_4, A_4A_1 masing-masing di titik B_1, B_2, B_3, B_4 maka B_1, B_2, B_3, B_4 akan segaris jika

$$\frac{A_1B_1}{B_1A_2}\frac{A_2B_2}{B_2A_3}\frac{A_3B_3}{B_3A_4}\frac{A_4B_4}{B_4A_1} = 1.$$



Gambar 3. Titik B_1, B_2, B_3, dan B_4 adalah segaris

Beberapa bukti dari teorema Menelaus tersebut telah di temukan oleh beberapa peneliti antara lain (Hoo dan Meng, 1996) menggunakan prinsip kesebangunan, (Benitez, 2007) menggunakan vektor, serta (Mashadi, 2015; Mashadi, 2016; Nurahmi, 2015) menggunakan prinsip kesebangunan dan prinsip perbandingan luas pada segitiga. Pola-pola pembuktian teorema Menelaus juga banyak dibahas dalam berbagai jurnal seperti (Baharudin, et al., 2018; Wardiyah, 2016; Yuliardani, et al., 2018; Mulyadi, et al., 2017; Pratiwi, et al., 2018; Karlina, et al., 2017; Pujiati, et al., 2017).

Teorema Menelaus tidak hanya berlaku pada segitiga dan segiempat, namun bisa juga berlaku untuk segilima. Teorema Menelaus pada segilima menjelaskan bahwa misalkan A_1, A_2, A_3, A_4, A_5 adalah segilima, untuk $i = 1,2,3,4,5$ dan andaikan sebuah garis memotong sisi $A_iA_{i+1(mod\ 5)}$ dititik B_i, maka berlaku

$$\prod_{i=1}^{5}\left[\frac{A_iB_i}{B_iA_{i+1(mod\ 5)}}\right] = -1.$$

Pada tulisan ini, penulis membahas teorema Menelaus pada segilima untuk segilima konveks dan nonkonveks.

Jurnal
MATEMATICS PAEDAGOGIC

Vol III. No. 1, September 2018, hlm. 57 – 64
Available online at www.jurnal.una.ac.id/indeks/jmp

METODE

Ada beberapa kasus untuk teorema Menelaus pada segilima. Namun pada penelitian ini, penulis akan fokuskan pada uraian sebagai berikut.

a. Untuk kasus 1 yaitu teorema Menelaus pada segilima konveks yang menunjuk-kan kolinearitas lima buah titik yang dua buah titiknya berada pada sisi segilima dan tiga buah titik lagi berada pada perpanjangan sisi lainnya. Adapun uraian langkah-langkahnya adalah sebagai berikut:
   1. Membuat segilima konveks $A_1A_2A_3A_4A_5$ sembarang.
   2. Membuat titik $B_1, B_2,$ dan B_3 pada masing-masing perpan-jangan sisi A_1A_2, A_2A_3, dan A_3A_4. Kemudian titik B_4 dan B_5 pada sisi A_4A_5 dan A_5A_1.
   3. Pembuktian teorema Menelaus pada segilima dilakukan de-ngan dua pernyataan yaitu kiri ke kanan dan kanan ke kiri.
   4. Untuk pernyataan kiri ke kanan yaitu:
      a. Memisalkan bahwa titik B_1, B_2, B_3, B_4, B_5 adalah se-garis. Sehingga titik $B_1, B_2,$ B_3, B_4, B_5 dihubungkan menjadi garis $B_1B_5B_4B_3B_2$.
      b. Mengkonstruksi garis A_2A_5 dan A_3A_5 sehingga memo-tong garis $B_1B_5B_4B_3B_2$ di titik K dan L.
      c. Mempartisi segilima ter-sebut menjadi tiga buah segitiga.
      d. Dari masing-masing segi-tiga tersebut, dianalisa 3 buah persamaan berdasar-kan teorema Menelaus pada segitiga.
      e. Berdasarkan analisa dari langkah c, akan diperoleh pernyataan kiri ke kanan.
   5. Untuk pernyataan kanan ke kiri:
      a. Misalkan perpotongan salah satu sisi segilima terhadap garis $B_1B_5B_4B_3B_2$ dengan suatu titik lain, misalkan $B_5{}'$.
      b. Kemudian membuat per-samaan teorema Menelaus yang baru dari pemisalan titik $B_5{}'$ terhadap segilima $A_1A_2A_3A_4A_5$.
      c. Membuat analisa perban-dingan persamaan teorema Menelaus yang pertama dengan persamaan teorema Menelaus yang baru. Maka akan diperoleh pernyataan dari kanan ke kiri.

b. Untuk kasus 2 yaitu teorema Menelaus pada segilima non-konveks yang menunjukkan kolinearitas lima buah titik yang empat buah titiknya berada pada sisi segilima dan satu titik lagi berada pada perpanjangan sisi lainnya. Adapun uraian langkah-langkahnya adalah sebagai berikut:
   1. Membuat segilima nonkonveks $A_1A_2A_3A_4A_5$ sembarang.
   2. Membuat titik $B_1, B_3, B_4,$ dan B_5 pada masing-masing sisi A_1A_2, A_3A_4, A_4A_5 dan A_5A_1. Kemudian titik B_2 pada perpanjangan sisi A_2A_3.
   3. Pembuktian teorema Menelaus pada segilima dilakukan de-ngan dua pernyataan yaitu kiri ke kanan dan kanan ke kiri.
   4. Untuk pernyataan kiri ke kanan yaitu:
      a. Memisalkan bahwa titik B_1, B_2, B_3, B_4, B_5 adalah se-garis. Sehingga titik $B_1, B_2,$ B_3, B_4, B_5 dihubungkan menjadi garis $B_1B_5B_4B_3B_2$.
      b. Mengkonstruksi garis A_2B_5, $B_5A_4, B_1A_4,$ dan B_1A_5 sehingga dapat membentuk sepuluh pasang segitiga yang memiliki tinggi yang sama.
      c. Dari sepuluh pasang segitiga tersebut, akan dianalisa empat persamaan luas perbandingan

Jurnal
MATEMATICS PAEDAGOGIC
Vol III. No. 1, September 2018, hlm. 57 – 64
Available online at www.jurnal.una.ac.id/indeks/jmp

segitiga.
d. Berdasarkan analisa dari langkah c, akan diperoleh pernyataan kiri ke kanan.
5. Untuk pernyataan kanan ke kiri menggunakan langkah yang sama dengan kasus 1.

c. Untuk kasus 3 yaitu teorema Transversal Menelaus pada segilima konveks. Adapun uraian langkah-langkahnya adalah sebagai berikut:
1. Melukis segilima konveks $A_1A_2A_3A_4A_5$ sembarang.
2. Membuat titik B_1, B_2, B_3, B_4 dan B_5 pada masing-masing perpan-jangan sisi A_1A_2, A_2A_3, A_3A_4, A_4A_5 dan A_5A_1.
3. Pembuktian teorema Menelaus pada segilima dilakukan de-ngan dua pernyataan yaitu kiri ke kanan dan kanan ke kiri.
4. Untuk pernyataan kiri ke kanan yaitu:
   a. Memisalkan bahwa titik $B_1, B_2, B_3, B_4,\ B_5$ adalah segaris. Sehingga titik $B_1, B_2, B_3, B_4,\ B_5$ dihu-bungkan menjadi garis $B_1B_5B_3B_4B_2$.
   b. Mengkonstruksi garis tegak lurus dari masing-masing titik $A_1, A_5, A_4, A_2, A_3,$ ke sisi $B_1B_5B_3B_4B_2$ dengan panjang berturut-turut $h_1,\ h_2,\ h_3,\ h_4,\ h_5$. Dari masing-masing garis h_1, h_2, h_3, h_4, dan h_5 akan terbentuk 10 buah segitiga siku-siku.
   c. Dari langkah b, analisa semua segitiga tersebut menjadi 5 pasang segitiga yang sebangun. Kemudian dibuat perpandingan dari ke 5 pasang segitiga tersebut.
   d. Berdasarkan analisa dari langkah c, akan diperoleh pernyataan kiri ke kanan.
5. Untuk pernyataan kanan ke kiri menggunakan langkah yang sama dengan kasus 1.

d. Untuk kasus 4 yaitu teorema Transversal Menelaus pada segilima non konveks. Adapun uraian langkah-langkahnya yaitu menggunakan cara yang sama dengan kasus c.

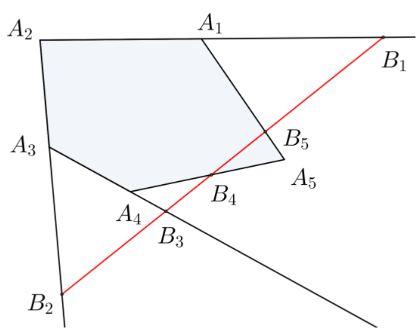
HASIL DAN PEMBAHASAN

Teorema Menelaus pada segilima konveks untuk kasus 1 menjelaskan bahwa lima buah titik misalnya B_1, B_2, B_3, B_4, B_5 terletak pada sisi dan perpanjangan sisi segilima konveks $A_1A_2A_3A_4A_5$. Untuk mengkonstruksi titik $B_1, B_2, B_3, B_4,$ dan B_5 tidak harus pada sisi-sisi tertentu (boleh untuk sebarang sisi), tapi dalam kasus ini dapat dilakukan dengan meng-konstruksi perpanjangan sisi A_1A_2, A_2A_3, dan A_3A_4 masing-masing di titik B_1, B_2 dan B_3. Kemudian untuk titik B_4 dan B_5 masing-masing berada pada sisi A_4A_5 dan A_5A_1.

Teorema 1. Misalkan $A_1A_2A_3A_4A_5$ adalah segilima konveks dan andaikan sebuah garis memotong sisi A_4A_5, A_5A_1 dan perpanjangan sisi A_1A_2, A_2A_3, A_3A_4 masing-masing di titik B_4, B_5, B_1, B_2, B_3 maka $B_1, B_2, B_3,\ B_4, B_5$ akan segaris jika dan hanya jika

$$\prod_{i=1}^{5}\left[\frac{A_iB_i}{B_iA_{i+1(mod\ 5)}}\right] = -1 \qquad (1)$$

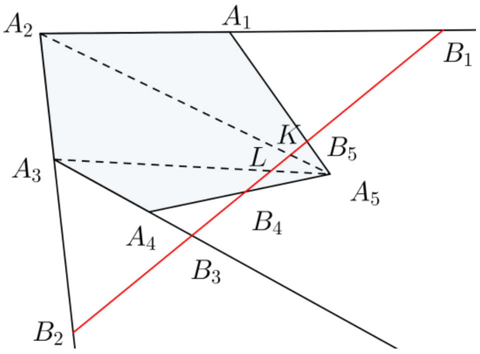
Bukti: Perhatikan Gambar 4.



Gambar 4. Titik B_1, B_2, B_3, B_4, B_5 adalah segaris

Jurnal
MATEMATICS PAEDAGOGIC
Vol III. No. 1, September 2018, hlm. 57 – 64
Available online at www.jurnal.una.ac.id/indeks/jmp

(⇒) Misalkan kelima titik B_1, B_2, B_3, B_4, B_5 segaris, akan ditunjukkan persamaan (1) berlaku. Dikonstruksi garis A_2A_5 dan A_3A_5 sehingga memotong garis $B_1B_5B_4B_3B_2$ di titik K dan L. Untuk lebih jelasnya perhatikan Gambar 5.



Gambar 5. Garis A_2A_5 dan A_3A_5 adalah garis bantu

Menggunakan teorema Menelaus pada segitiga, perhatikan $\Delta A_1A_2A_5$ dengan garis transversal KB_5B_1 diperoleh:

$$\frac{A_1B_1}{B_1A_2} \times \frac{A_2K}{KA_5} \times \frac{A_5B_5}{B_5A_1} = -1 \quad (2)$$

Kemudian perhatikan $\Delta A_2A_3A_5$ dengan garis transversal KLB_2, maka diperoleh:

$$\frac{A_2B_2}{B_2A_3} \times \frac{A_3L}{LA_5} \times \frac{A_5K}{KA_2} = -1 \quad (3)$$

Selanjutnya perhatikan $\Delta A_3A_4A_5$ dengan garis transversal B_3B_4L, maka diperoleh:

$$\frac{A_3B_3}{B_3A_4} \times \frac{A_4B_4}{B_4A_5} \times \frac{A_5L}{LA_3} = -1 \quad (4)$$

Dari persamaan (2), (3), dan (4) di atas, bila dikalikan ruas kanan dan ruas kiri maka akan diperoleh:

$$\prod_{i=1}^{5}\left[\frac{A_iB_i}{B_iA_{i+1(mod\ 5)}}\right] = -1.$$

Persamaan (1) terpenuhi.

(⇐) Sebaliknya, jika $\prod_{i=1}^{5}\left[\frac{A_iB_i}{B_iA_{i+1(mod\ 5)}}\right] = -1$ maka akan ditunjukkan B_1, B_2, B_3, B_4, B_5 sega-ris. Misalkan perbandingan hasil kali kelimanya bernilai -1, misalkan pula perpotongan A_1A_5 dengan B_1B_2 adalah $B_5{}'$, maka berdasarkan hipotesis diperoleh

$$\frac{A_1B_1}{B_1A_2} \times \frac{A_2B_2}{B_2A_3} \times \frac{A_3B_3}{B_3A_4} \times \frac{A_4B_4}{B_4A_5} \times \frac{A_5B_5{}'}{B_5{}'A_1} = -1.$$

Yang mengakibatkan

$$\frac{A_5B_5{}'}{B_5{}'A_1} = -\frac{B_1A_2}{A_1B_1} \times \frac{B_2A_3}{A_2B_2} \times \frac{B_3A_4}{A_3B_3} \times \frac{B_4A_5}{A_4B_4} = \frac{A_5B_5}{B_5A_1}$$

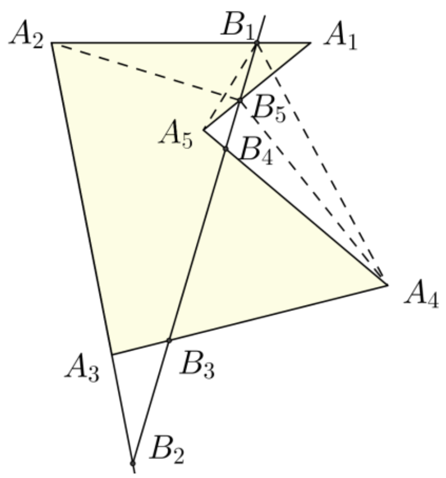
.

Ini mengatakan bahwa $B_5 = B_5{}'$. Artinya B_1, B_2, B_3, B_4, B_5 segaris.

Selanjutnya kelinearan lima buah titik juga berlaku untuk kasus 2 yaitu segilima nonkonveks yang keempat buah titiknya berada pada sisi-sisi segilima dan satu titik lagi berada pada perpanjangan sisinya.

Teorema 2. Misalkan $A_1A_2A_3A_4A_5$ adalah segilima nonkonveks dan andaikan sebuah garis memotong sisi A_1A_2, A_3A_4, A_4A_5, A_5A_1 dan perpanjangan sisi A_2A_3 masing-masing di titik B_1, B_3, B_4, B_5, dan B_2 maka B_1, B_2, B_3, B_4, B_5 akan segaris jika dan hanya jika

$$\prod_{i=1}^{5}\left[\frac{A_iB_i}{B_iA_{i+1(mod\ 5)}}\right] = -1 \quad (5)$$



Gambar 6. Titik B_1, B_2, B_3, B_4, B_5 adalah segaris

Jurnal
MATEMATICS PAEDAGOGIC

Vol III. No. 1, September 2018, hlm. 57 – 64
Available online at www.jurnal.una.ac.id/indeks/jmp

Bukti: Perhatikan Gambar 6. (⇒)Misalkan titik B_1, B_2, B_3, B_4, B_5 adalah segaris akan ditunjukkan persamaan (5) berlaku. Konstruksi garis $A_2B_5, B_5A_4, B_1A_4,$ dan B_1A_5 sehingga dapat membentuk sepuluh pasang segitiga yang memiliki tinggi yang sama.

Dengan menggunakan perbandingan luas segitiga, perhatikan $\Delta B_1B_5A_1$ dan $\Delta B_1B_5A_2$, maka diperoleh

$$\frac{L\Delta B_1B_5A_1}{L\Delta B_1B_5A_2} = \frac{A_1B_1}{B_1A_2}. \tag{6}$$

Kemudian perhatikan $\Delta B_1B_5A_2$dan $\Delta B_1B_5A_4$, maka diperoleh

$$\frac{L\Delta B_1B_5A_2}{L\Delta B_1B_5A_4} = \frac{L\Delta B_1B_5A_2}{L\Delta B_1A_2B_2} \times \frac{L\Delta B_1A_2B_2}{L\Delta B_1A_3B_2} \times \frac{L\Delta B_1A_3B_2}{L\Delta A_3B_3B_2} \times \frac{L\Delta A_3B_3B_2}{L\Delta B_3B_2A_4} \times \frac{L\Delta B_3B_2A_4}{L\Delta B_1B_5A_4},$$

$$\frac{L\Delta B_1B_5A_2}{L\Delta B_1B_5A_4} = \frac{B_1B_5}{B_1A_2} \times \frac{A_2B_2}{B_2A_3} \times \frac{B_1A_2}{B_3B_2} \times \frac{A_3B_3}{B_3A_4} \times \frac{B_3B_2}{B_1B_5},$$

$$\frac{L\Delta B_1B_5A_2}{L\Delta B_1B_5A_4} = \frac{A_2B_2}{B_2A_3} \times \frac{A_3B_3}{B_3A_4}, \tag{7}$$

Selanjutnya dari $\Delta B_1B_5A_4$ dan $\Delta B_1B_5A_5$, maka diperoleh

$$\frac{L\Delta B_1B_5A_4}{L\Delta B_1B_5A_5} = \frac{L\Delta B_1B_5A_4}{L\Delta B_5B_4A_4} \times \frac{L\Delta B_5B_4A_4}{L\Delta B_5B_4A_5} \times \frac{L\Delta B_5B_4A_5}{L\Delta B_1B_5A_5},$$

$$\frac{L\Delta B_1B_5A_4}{L\Delta B_1B_5A_5} = \frac{B_1B_5}{B_5B_4} \times \frac{A_4B_4}{B_4A_5} \times \frac{B_5B_4}{B_1B_5},$$

$$\frac{L\Delta B_1B_5A_4}{L\Delta B_1B_5A_5} = \frac{A_4B_4}{B_4A_5}. \tag{8}$$

Dari $\Delta B_1B_5A_5$ dan $\Delta B_1B_5A_1$, maka

$$\frac{L\Delta B_1B_5A_5}{L\Delta B_1B_5A_1} = \frac{A_5B_5}{B_5A_1}. \tag{9}$$

Bila persamaan (6), (7), (8), dan (9) dikalikan ruas kanan dan ruas kiri, maka

$$\frac{A_1B_1}{B_1A_2} \times \frac{A_2B_2}{B_2A_3} \times \frac{A_3B_3}{B_3A_4} \times \frac{A_4B_4}{B_4A_5} \times \frac{A_5B_5}{B_5A_1} = -\frac{L\Delta B_1B_5A_1}{L\Delta B_1B_5A_2} \times \frac{L\Delta B_1B_5A_2}{L\Delta B_1B_5A_4} \times \frac{L\Delta B_1B_5A_4}{L\Delta B_1B_5A_5} \times \frac{L\Delta B_1B_5A_5}{L\Delta B_1B_5A_1}$$

$$\frac{A_1B_1}{B_1A_2} \times \frac{A_2B_2}{B_2A_3} \times \frac{A_3B_3}{B_3A_4} \times \frac{A_4B_4}{B_4A_5} \times \frac{A_5B_5}{B_5A_1} = -1.$$

Persamaan (5) terpenuhi.

(⇐) Sebaliknya, untuk membuktikan bahwa kelima titik B_1, B_5, B_4, B_3, B_2 segaris maka dengan menggunakan cara yang sama dengan teorema 1.

Selain kelinearan lima buah titik yang berada pada sisi dan perpanjangan sisi segilima konveks dan nonkonveks pada kasus 1 dan 2, ada kondisi lain yaitu kelinearan lima buah titik yang berada pada semua perpanjangan sisi segilima konveks dan nonkonveks untuk kasus 3 dan 4 yang disebut dengan teorema transversal Menelaus pada segilima. Teorema transversal Menelaus menjelas-kan bahwa kelinearan lima buah titik misalnya B_1, B_2, B_3, B_4, B_5 terletak pada perpanjangan sisi-sisi segilima $A_1A_2A_3A_4A_5$.

Teorema 2. Misalkan $A_1A_2A_3A_4A_5$ adalah segilima konveks sembarang, andaikan titik B_i adalah titik yang berada pada perpanjangan sisi $A_iA_{i+1(mod\ 5)}$ dengan $i = 1,2,3,4,5$ maka B_1, B_2, B_3, B_4, B_5 akan segaris jika dan hanya jika

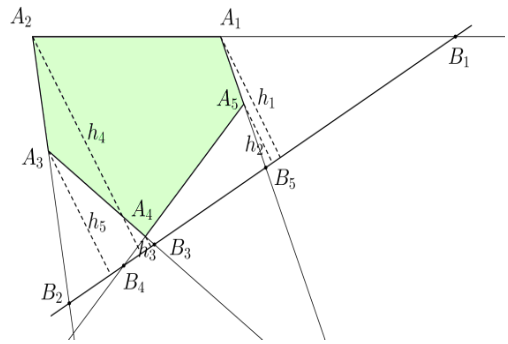
$$\prod_{i=1}^{5}\left[\frac{A_iB_i}{B_iA_{i+1(mod\ 5)}}\right] = -1. \tag{10}$$

Bukti: (⇒) Misalkan titik B_1, B_2, B_3, B_4, B_5 segaris, akan ditunjukkan persamaan (10) berlaku.

Dengan mengkonstruksi garis tegak lurus dari masing-masing titik A_1, A_2, A_3, A_4, A_5 ke sisi $B_1B_5B_3$ B_4B_2 dengan panjang berturut-turut h_1, h_2, h_3, h_4, h_5. Untuk lebih jelasnya perhatikan Gambar 7.

Jurnal
MATEMATICS PAEDAGOGIC

Vol III. No. 1, September 2018, hlm. 57 – 64
Available online at www.jurnal.una.ac.id/indeks/jmp



Gambar 7. Titik B_1, B_2, B_3, B_4, B_5 adalah segaris

Dari Gambar 7 akan diperoleh

$$\frac{A_1B_1}{B_1A_2} = -\frac{h_1}{h_4}, \quad (11)$$
$$\frac{A_2B_2}{B_2A_3} = -\frac{h_4}{h_5}, \quad (12)$$
$$\frac{A_3B_3}{B_3A_4} = -\frac{h_5}{h_3}, \quad (13)$$
$$\frac{A_4B_4}{B_4A_5} = -\frac{h_3}{h_2}, \quad (14)$$
$$\frac{A_5B_5}{B_5A_1} = -\frac{h_2}{h_1}. \quad (15)$$

Bila persamaan (11), (12), (13), (14) dan (15) dikalikan ruas kanan dan ruas kiri maka

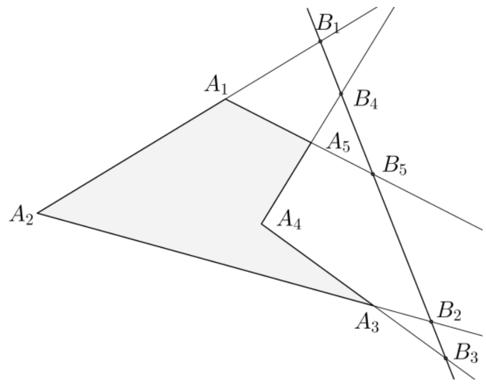
$$\prod_{i=1}^{5}\left[\frac{A_iB_i}{B_iA_{i+1(mod\ 5)}}\right] = -1.$$

Persamaan (10) terpenuhi.

(⇐) Sebaliknya, untuk membuktikan bahwa kelima titik B_1, B_5, B_4, B_3, B_2 segaris maka dengan menggunakan cara yang sama dengan teorema 1.

Teorema 6. Misalkan $A_1A_2A_3A_4A_5$ adalah segilima nonkonveks sembarang, andaikan titik B_i adalah titik yang berada pada perpanjangan sisi $A_iA_{i+1(mod\ 5)}$ dengan $i = 1,2,3,4,5$ maka B_1, B_2, B_3, B_4, B_5 akan segaris jika dan hanya jika (Gambar 8)

$$\prod_{i=1}^{5}\left[\frac{A_iB_i}{B_iA_{i+1(mod\ 5)}}\right] = -1.$$



Gambar 8. $A_1A_2A_3A_4A_5$ adalah segilima nonkonveks

Bukti: Pembuktian teorema 6 menggunakan cara yang sama dengan teorema 5.

SIMPULAN

Dari tulisan ini dapat di-simpulkan bahwa teorema Menelaus dapat dikem-bangkan pada segilima dalam beberapa kasus yaitu untuk garis transversal memotong dua sisi dan tiga perpanjangan sisi segilima konveks yang dibuktikan dengan teorema Menelaus pada segitiga, kemudian garis transversal yang memo-tong satu sisi dan empat perpanjangan sisi segilima non konveks yang dibuktikan dengan perbandingan luas pada segitiga, dan semua perpanjangan sisi-sisi segi-lima yang merupakan teorema transversal Menelaus pada segilima yang dibuktikan dengan konsep kese-bangunan segitiga.

Vol III. No. 1, September 2018, hlm. 57 – 64
Available online at www.jurnal.una.ac.id/indeks/jmp

DAFTAR RUJUKAN

Baharudin, A., Mashadi, Habibi Saleh, & Hasriati. Modifikasi Teorema Van Aubel pada Segitiga. *Jurnal Mathematic Paedagogic*. 7: 111-118.

Benitez, J. 2007. A Unified Proof of Ceva and Menelaus's Theorems Using Projective Geometry. *Journal for Geometry and Grafichs*. 11: 39-44.

Pratiwi, D., Mashadi, & Sri Gemawati. 2018. Pengem-bangan Titik Miquel Dalam pada Sebarang Segiempat. *Euclid*. 5: 1-7.

Hoo, H. K. & Meng K. K. 1996. On Menelaus Theorem. *Mathe-matical Medley*. 1: 19-23.

Karlina, S., Mashadi, M. D. H. Gamal, & Hasriati. 2017. Multiple Kosnita Menggu-nakan Circumcenter Melalui Excenter. *Jurnal Mathematic Paedagogic*. 1: 135-145.

Mashadi. 2015. *Geometri Lanjut*. UR Press: Pekanbaru.

Mashadi. 2016. *Pengajaran Mate-matika*. UR Press: Pekanbaru.

Mulyadi, M., Mashadi, Habibi Saleh, & Hasriati. 2017. Pengem-bangan Teorema Van Aubel pada Segienam. *Jurnal Mathematic Paedagogic*. 1: 119-128.

Nurahmi. 2015. *Pengembangan Teorema Ceva dan Menelaus pada Segiempat*. Pekanbaru: Universitas Riau – pasca Matematika.

Pujiati, Mashadi, M. D. H. Gamal, & Hasriati. 2017. Pengajaran Multiple Kosnita Menggu-nakan Incenter Melalui Excenter bagi Siswa Sekolah Menengah. *Jurnal Mathema-tic Paedagogic*. 1: 103-110.

Wardiyah, A., Mashadi, & Sri Gemawati. 2016. Relations of Lemoine Circle with A Symmedian Point. *Bulletin of Mathematics*. 8:69-79.

Yiu, P. 2001. *Introduction to the Geometry of the triangle*. Lecture Notes. Department of Mathematics Florida Atlantic University.

Yuliardani, N., Mashadi, & Sri Gemawati. 2018. Pengem-bangan Teorema Napoleon pada Segienam. *Journal of Medives*. 2: 51-56.